PROBLEMI RISOLTI

Problema 6.1

Un operaio porta a 5 m di altezza un sacco avente massa di 25 Kg, compiendo un lavoro di 4900 J. Calcolate la massa dell'operaio .

Risoluzione

Dati

$h = 5$ m
$m_1 = 25$ kg
$L = 4900$ J
$g = 9,8$ m/s²

Incognite

$m_2 = 75$ kg

Costanti e variabili

m_1 = massa del corpo
m_2 = massa dell'operaio
F_p = peso totale uomo-sacco
g = acceleraz. di gravità

$L = F_p \cdot h$
$F_p = L / h$
$F_p = 4900 \text{ J} / 5 \text{ m} = 980 \text{ N}$
$F_p = (m_1 + m_2) \cdot g$
$m_2 = (F_p / g) - m_1$
$m_2 = 980 \text{ N} / 9,8 \text{ m/s}^2 - 25 \text{ kg} = 75 \text{ kg}$

Problema 6.2

Lo scivolo dei giardinetti pubblici ha un dislivello di 1,6 m. Calcolate:
- il lavoro compiuto dalla forza muscolare di un bambino che pesa 20 kg e fa 10 giri sullo scivolo;
- di quanto aumenta la sua energia potenziale ogni volta che sale sullo scivolo.

Risoluzione

Dati

$h = 1,6$ m
$m = 20$ kg
$n = 10$
$g = 9,8$ m/s²

Incognite

$L = 3.136$ J
$U_g = 314$ J

Costanti e variabili

g = accelerazione gravitazionale

$L = m \cdot g \cdot h \cdot n = 20 \text{ kg} \cdot 9.8 \text{ m/s}^2 \cdot 1,6 \text{ m} \cdot 10 = 3.136 \text{ J}$
$U_g = L / n = 3.136 \text{ J} / 10 = 313,6 \text{ J} \cong 314 \text{ J}$

Problema 6.3

Una botte pesa 40 kg e deve essere sollevata all'altezza di 6 m. Si può eseguire l'operazione in due modi:
a) legando la botte e sollevandola dall'alto;
b) spingendola lungo un piano inclinato.
Calcolate il lavoro nel caso *a*) e quello occorrente nel caso *b)* utilizzando un piano inclinato di 30° con l'orizzontale e trascurando l'attrito. Confrontate poi i risultati e dite quale dei due metodi è più conveniente.

Risoluzione

Dati

m = 40 Kg
h = 6 m
α = 30°
g = 9,8 m/s²

Incognite

$L_a = L_b$ = 2.352 J

Costanti e variabili

m = massa della botte
g = accelerazione gravitazionale
l = lunghezza del piano inclinato
senα = h/l = seno dell'angolo di inclinazione del piano
F_p = forza peso della botte
$F_{||}$ = componente parallela al piano della forza peso della botte

$L_a = F_p \cdot h = m \cdot g \cdot h = 40\ kg \cdot 9.8\ m/s^2 \cdot 6\ m = 2.352\ J$
$L_b = F_{||} \cdot l = F_p \cdot sen\alpha \cdot h/sen\alpha = m \cdot g \cdot h = L_a$
Si compie lo stesso lavoro, ma sul piano inclinato viene applicata una forza minore ($F_{||}$) effettuando un percorso maggiore (l).

Problema 6.4

Una pompa preleva 2 metri cubi di acqua al minuto da un pozzo profondo 12 metri. Qual è il lavoro che la pompa fa in un'ora?

Risoluzione

Dati

V_u = 2 m^3/min
t = 1 h = 60 min
h = 12 m

Incognite

L = $1{,}41 \cdot 10^7$ J

Costanti e variabili

V = volume d'acqua pompato in un'ora
δ = densità dell'acqua
m = massa dell'acqua pompata
F_p = peso dell'acqua pompata
g = accelerazione di gravità

$V = Vu \cdot t = 2\ m^3/min \cdot 60\ min = 120\ m^3$
$\delta = m/V \Rightarrow m = \delta \cdot V = 1.000\ kg/m^3 \cdot 120\ m^3 = 120.000\ kg$
$L = F_p \cdot h = m \cdot g \cdot h = 120.000\ kg \cdot 9{,}8\ m/s^2 \cdot 12\ m = 14.112.000\ J = 1{,}41 \cdot 10^7\ J$

Problema 6.5

Uno skilift supera un dislivello di 250 m con un percorso di 650 m. Quale lavoro compie lo skilift per far risalire uno sciatore la cui massa è di 70 kg quando il coefficiente di attrito è 0,15? Quale sarebbe il lavoro se si trascurasse l'attrito sulla neve?

Risoluzione

Dati

$h = 250$ m
$l = 650$ m
$m = 70$ kg
$\mu_s = 0{,}15$
$g = 9{,}8$ m/s²

Incognite

$L_a = 233.240$ J
$L = 171.500$ J

Costanti e variabili

L_a = lavoro che compie lo skilift in presenza dell'attrito
L = lavoro che compie lo skilift trascurando l'attrito
F_p = forza peso dello sciatore
$F_{||}$ = componente del peso, parallela al piano e diretta verso il basso
$F_{\perp}$ = componente del peso, perpendicolare al piano, che provoca l'attrito
F_a = forza di attrito, diretta verso il basso (poichè lo skilift sale)
g = accelerazione di gravità

$L = F_p \cdot h = m \cdot g \cdot h = 70 \text{ kg} \cdot 9.8 \text{ m/s}^2 \cdot 250 \text{ m} = 171.500 \text{ J}$
$L_a = (F_{||} + F_a) \cdot l = (F_p \cdot \text{sen}\alpha + \mu_s \cdot F_{\perp}) \cdot l = (F_p \cdot \text{sen}\alpha + \mu_s \cdot F_p \cdot \cos\alpha) \cdot l$
$\text{sen}\alpha = h/l = 250 \text{ m} / 650 \text{ m} = 0{,}385 \Rightarrow \alpha = 22{,}6° \Rightarrow \cos\alpha = 0{,}923$
$L_a = F_p \cdot (\text{sen}\alpha + \mu_s \cdot \cos\alpha) \cdot l = 70 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot (0{,}385 + 0{,}15 \cdot 0.923) \cdot 650 \text{ m} =$
$= 233.406 \text{ J}$

Problema 6.6

Una biglia avente la massa di 20 g è appoggiata su una molla appoggiata al tavolo; la molla è compressa e accorciata di 4 centimetri. Quando la si lascia andare, la molla lancia la pallina verso l'alto e questa sale fino all'altezza di 65 centimetri. Calcolate la costante elastica della molla.

Risoluzione

Dati

$m = 20$ g
$\Delta l = 4$ cm
$h = 65$ cm

Incognite

$K = 160$ N/m

Costanti e variabili

U_g = energia potenz. gravitazionale della biglia
U_e = energia potenz. elastica della molla
g = acceleraz. di gravità

$U_g = m \cdot g \cdot h$; $U_e = (k \cdot \Delta l^2) / 2$; $U_e = U_g$; $(K \cdot \Delta l^2) / 2 = m \cdot g \cdot h$
$U_e = 2 \cdot 10^{-2}$ kg $\cdot$ 9.8 m/s^2 $\cdot$65 $\cdot$ 10^{-2} m = 0.1274 J
$K = 2 \cdot m \cdot g \cdot h / \Delta l^2 = 2 \cdot 2{\cdot}10^{-2}$ kg $\cdot$ 9,8 m/s^2 $\cdot$ 65$\cdot10^{-2}$ m / $(4{\cdot}10^{-2})^2$ m² =
= 0,2548 J / (16$\cdot10^{-4}$ m²) = 159,25 N/m $\cong$ 160 N/m

Problema 6.7

Un montacarichi ha la potenza di $2{\cdot}10^4$ watt. Quanto tempo impiega a sollevare a 20 metri di altezza un carico costituito da 40 sacchi da 85 kg l'uno?

Risoluzione

Dati	Incognite	Costanti e variabili
$P = 2{\cdot}10^4$ W h = 20 m m = 85 kg n = 40	$t \cong 33$ s	L = lavoro compiuto per sollevare tutti i sacchi F = peso di tutti i sacchi g = accelerazione di gravità

$P = L / t = (F \cdot h) / t = (m \cdot g \cdot n \cdot h) / t \Rightarrow t = (m \cdot g \cdot n \cdot h) / P$
t = (85 kg $\cdot$ 9,8 m/s^2 $\cdot$ 40 $\cdot$ 20 m) / ($2{\cdot}10^4$ W) = 33,32 s $\cong$ 33 s

Problema 6.8

Un corpo di massa 25 kg possiede una energia potenziale gravitazionale di 3.920 J. A quale altezza da terra si trova?

Risoluzione

Dati	Incognite	Costanti e variabili
m = 25 kg U_g = 3.920 J	h = 16 m	g = acceleraz. di gravità

$U_g = m \cdot g \cdot h \Rightarrow h = U_g / (m \cdot g)$ = 3.920 J / (25 kg $\cdot$ 9,8 m/s^2) = 16 m

Problema 6.9

Un baule viene trascinato su un piano inclinato lungo 2 metri e alto 40 centimetri, usando una forza di 406 N. Sapendo che il coefficiente di attrito tra il baule e la superficie del piano è 0,4, calcolate la massa del baule.

Risoluzione

Dati	Incognite	Costanti e variabili
$l = 2$ m $h = 40$ cm $F = 406$ N $\mu_s = 0,4$	$m = 70$ kg	$F_{\parallel}$ = componente della forza peso, parallela al piano (diretta verso il basso) $F_{\perp}$ = componente della forza peso, perpendicolare al piano (provoca l'attrito) F_a = forza di attrito (diretta verso il basso) g = accelerazione di gravità

$\text{sen}\alpha = h / l = 0,4 \text{ m} / 2 \text{ m} = 0,2 \quad \Rightarrow \quad \alpha = 11,5° \quad \Rightarrow \quad \cos\alpha = 0,980$

$F = F_a + F_{\parallel} = \mu_s \cdot F_{\perp} + F_{\parallel} = \mu_s \cdot m \cdot g \cdot \cos\alpha + m \cdot g \cdot \text{sen}\alpha = m \cdot g \cdot (\mu_s \cdot \cos\alpha + \text{sen}\alpha)$

$m = F / (g \cdot (\mu_s \cdot \cos\alpha + \text{sen}\alpha)) = 406 \text{ N} / (9.8 \text{ m/s}^2 \cdot (0,4 \cdot 0,980 + 0,200)) \cong 70 \text{ kg}$

Problema 6.10

Una pompa è in grado di sollevare l'acqua da un pozzo profondo 12 m con una portata di 2 m^3 al minuto. Calcolate:

a) la potenza della pompa;
b) il lavoro fatto dalla pompa in 1 ora;
c) l'energia consumata in 1 ora di funzionamento, sapendo che la pompa ha un rendimento del 60%.

Risoluzione

Dati	Incognite	Costanti e variabili
$h = 12$ m $Q = 2 \text{ m}^3/\text{min} =$ $= (2/60) \text{ m}^3/\text{s}$ $t = 1 \text{ h} = 60$ min $\delta = 1.000 \text{ kg/m}^3$ $\eta = 60\%$	$P = 3.920$ W $L = 1,41 \cdot 10^7$ J $E_a = 2,352 \cdot 10^7$ J	Q = portata della pompa m = massa dell'acqua pompata V = volume dell'acqua pompata E_a = energia assorbita dalla pompa L = energia trasformata in lavoro δ = densità dell'acqua η = rendimento della pompa

$Q = V / t \quad \Rightarrow \quad V = Q \cdot t$; $\delta = m / V \quad \Rightarrow \quad m = \delta \cdot V = \delta \cdot Q \cdot t$

a) $P = L / t = m \cdot g \cdot h / t = \delta \cdot Q \cdot t \cdot g \cdot h / t = 1.000\ kg/m^3 \cdot (2/60)\ m^3/s \cdot 9,8\ m/s^2 \cdot 12\ m =$
$= 3.920\ N \cdot m/s = 3.920\ W$

b) $L = P \cdot t = 3.920\ W \cdot 3.600\ s = 14.112 \cdot 10^3\ J = 1,41 \cdot 10^7\ J$

c) $\eta = L / E_a \quad \Rightarrow \quad E_a = L / \eta = 14.112 \cdot 10^3\ J / 0,60 = 23.520 \cdot 10^3\ J = 2,352 \cdot 10^7\ J$

Problema 6.11

Calcolate l'energia cinetica di un'automobile da 1.200 kg quando è lanciata a 120 km/h.

Risoluzione

Dati	Incognite	Costanti e variabili
$m = 1.200\ kg$ $v = 120\ km/h$	$E_c \cong 6,67 \cdot 10^5\ J$	

$E_c = (m \cdot v^2) / 2 = [1.200\ kg \cdot (120 / 3,6\ m/s)^2] / 2 = 666.667\ J \cong 6,67 \cdot 10^5\ J$

Problema 6.12

Calcolate il lavoro compiuto dal motore di un'auto che ha la massa di 950 kg per passare da 36 a 90 km/h.

Risoluzione

Dati	Incognite	Costanti e variabili
$m = 950\ kg$ $v_1 = 36\ km/h$ $v_2 = 90\ km/h$	$L \cong 2,49 \cdot 10^5\ J$	ΔE_c = variazione di energia cinetica

$L = \Delta E_c = (m \cdot v_2^2 / 2) - (m \cdot v_1^2 / 2) = (m/2) \cdot (v_2^2 - v_1^2) =$
$= (950\ kg / 2) \cdot [(90/3,6)^2 - (36/3,6)^2]\ (m/s)^2 = 475\ kg \cdot (625 - 100)\ (m/s)^2 =$
$= 475\ kg \cdot 525\ m^2/s^2 = 249.375\ J = 2,49 \cdot 10^5\ J$

Problema 6.13

Comprimendo una molla di 8 cm, si può lanciare, con la velocità di 10 m/s, una sferetta di 25 g. Applicando il principio di conservazione dell'energia, calcolate la costante elastica della molla.

Risoluzione

Dati	Incognite	Costanti e variabili
Δl = 8 cm v = 10 m/s m = 25 g	K = 390,625 N/m	U_e = energia potenziale elastica della molla E_c = energia cinetica della sferetta

$U_e = E_c \quad \Rightarrow \quad (K \cdot \Delta l^2) / 2 = (m \cdot v^2) /2 \quad \Rightarrow \quad K = (m \cdot v^2) / \Delta l^2$

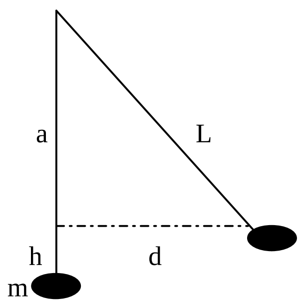
$K = 25 \cdot 10^{-3}$ kg $\cdot 10^2$ m^2/s^2 / $(8 \cdot 10^{-2}$ m$)^2$ = $(25/64) \cdot 10^3$ N/m = 390,625 N/m

Problema 6.14

Un pendolo, costituito da una sfera di massa 100 g appesa ad una filo lungo 1 m, viene spostato dalla sua posizione di equilibrio spingendo la sferetta lateralmente di 60 cm e poi lasciato cadere. Calcolate:
- l'energia potenziale del pendolo nella fase iniziale;
- la velocità con la quale il pendolo, cadendo, passa dalla posizione di equilibrio;
- l'altezza con cui il pendolo risale, trascurando gli attriti.

Risoluzione

Dati	Incognite	Costanti e variabili
m = 100 g = = 0,1 kg L = 1 m d = 60 cm = = 0,6 m	U = 0,196 J v = 1,98 m/s h = 20 cm	U = energia potenziale della sfera nel punto più alto E_c = energia cinetica della sfera nel punto più basso (posizione di equilibrio)



$h = L - a = L - \sqrt{(L^2 - d^2)} = 1 \text{ m} - \sqrt{[(1 \text{ m})^2 - (0,6 \text{ m})^2]} =$
$= 1$ m – 0,8 m = 0,2 m = 20 cm

$U = m \cdot g \cdot h = 0,1$ kg $\cdot$ 9,8 m/s$^2 \cdot$ 0,2 m = 0,196 J

$U = E_c \quad \Rightarrow \quad U = (m \cdot v^2) / 2$

$v = \sqrt{(2 \cdot U / m)} = \sqrt{[(2 \cdot 0,196 \text{ J}) / 0,1 \text{ kg}]} = 1,98$ m/s

Problema 6.15

Un'auto di massa 1.200 kg viaggia a 72 km/h; il guidatore improvvisamente frena e l'auto si ferma in 4 secondi. Calcolate il lavoro fatto dai freni per bloccare l'auto.

Risoluzione

Dati	Incognite	Costanti e variabili
$m = 1.200$ kg $v_1 = 72$ km/h $v_2 = 0$ $t = 4$ s	$L = -2{,}4 \cdot 10^5$ J	v_1 = velocità iniziale dell'auto v_2 = velocità finale dell'auto ΔE_c = variazione di energia cinetica dell'auto

$$L = \Delta E_c = (m \cdot v_2^2 / 2) - (m \cdot v_1^2 / 2) = 0 - 1.200 \text{ kg} \cdot (72 / 3{,}6 \text{ m/s})^2 / 2 = -2{,}4 \cdot 10^5 \text{ J}$$