PROBLEMI RISOLTI

Problema 1.1

Tra le seguenti misure, quale è stata eseguita con maggiore precisione? Perché?

a = (3250 + 1) m b = (24,5 + 0,1) m c = (12,25 + 0,01) m

Risoluzione

Dati	Incognite	Altre definizioni
a = 3250 m Δa = 1 m b = 24,5 m Δb = 0,1 m c = 12,25 m Δc = 0,01 m	E_a = 0,03% E_b = 0,4 % E_c = 0,08%	Precisione = inverso dell'errore relativo percentuale.

Poiché la precisione di una misurazione è un indice inversamente proporzionale all'errore relativo percentuale della misurazione, è sufficiente calcolare i tre errori relativi percentuali.

$E_a = 100 \cdot \Delta a/a = 100 \cdot 1$ m / 3250 m = 0,03 %
$E_b = 100 \cdot \Delta b/b = 100 \cdot 0{,}1$ m / 24,5 m = 0,4 %;
$E_c = 100 \cdot \Delta c/c = 100 \cdot 0{,}01$ m / 12,25 m = 0,08 %

E' stata eseguita con maggiore precisione la misura di "a", corrispondente all'errore relativo più basso.

Problema 1.2

L'autista di un camion ha il permesso di trasportare 250 Kg di ghiaia, con una tolleranza del 10%. Qual è il carico massimo che può trasportare?

Risoluzione

Dati	Incognite	Costanti e variabili
m = 250 Kg E = 10%	Δm = 25 Kg m_{max} = 275 Kg	m = carico medio della ghiaia m_{max} = carico max trasportabile

$E = 100 \cdot \Delta m/m \quad \Rightarrow \quad \Delta m = E \cdot m/100 = 10 \cdot 250$ Kg/100 = 25 Kg
$m_{max} = m + \Delta m$ = 250 Kg + 25 Kg = 275 Kg.

Problema 1.3

I lati di una piazza rettangolare misurano rispettivamente:

$(50,0 \pm 0,5)$ m ; $(24,5 \pm 0,5)$ m

Calcolate:

- il perimetro della piazza;
- l'incertezza % sui singoli lati;
- l'incertezza % sul perimetro.

Risoluzione

Dati	Incognite	Costanti e variabili
$a = 50,0$ m $\Delta a = 0,5$ m $b = 24,5$ m $\Delta b = 0,5$ m	$p = 149,0$ m $E_a = 1,0$ % $E_b = 2,0$ % $E_p \cong 1,34$ %	a, b = lati della piazza p = perimetro della piazza Δa, Δb, Δp = incertezze assolute sui lati e sul perimetro E_a, E_b, E_p = incertezze relative % sui lati e sul perimetro

$p = a + a + b + b = 2 \cdot (a+ b) = 2 \cdot (50,0 + 24,5)\ m = 149,0\ m$

$E_a = 100 \cdot \Delta a / a = 100 \cdot 0,5\ m / 50,0\ m = 1,0\ \%$

$E_b = 100 \cdot \Delta b / b = 100 \cdot 0,5\ m / 24,5\ m = 2,0\ \%$

$\Delta p = 2 \cdot (\Delta a + \Delta b) = 2 \cdot (0,5\ m + 0,5\ m) = 2,0\ m$

$E_p = 100 \cdot \Delta p / p = 100 \cdot 2,0\ m / 149,0\ m \cong 1,34\ \%$

Problema 1.4

Una piazza rettangolare è lunga 52 m e larga 36 m. Calcolate l'area della piazza, sapendo che i lati sono stati misurati con un'incertezza di 0,5 m.

Risoluzione

Dati	Incognite	Costanti e variabili
$a = 52$ m $\Delta a = 0,5$ m $b = 36$ m $\Delta b = 0,5$ m	$A \cong (1872 \pm 45)\ m^2$	a, b = lati della piazza A = area della piazza Δa, Δb, ΔA = incertezze assolute sui lati e sull'area E_a, E_b, E_A = incertezze relative % sui lati e sull'area

$A = a \cdot b = 52\ m \cdot 36\ m = 1872\ m^2$

$E_a = 100 \cdot \Delta a / a = 100 \cdot 0,5\ m / 52\ m \cong 1,0\%$

$E_b = 100 \cdot \Delta b / b = 100 \cdot 0,5\ m / 36\ m \cong 1,4\%c$

$E_A = E_a + E_b = 1,0\% + 1,4\% = 2,4\%$

$\Delta A = E_A \cdot A / 100 = 2,4\% \cdot 1872\ m^2 / 100 \cong 45\ m^2$

Problema 1.5

Calcolate l'area di un trapezio rettangolo, sapendo che le due basi e l'altezza hanno, rispettivamente, le seguenti misure:

base minore = $(12,0 \pm 0,1)$ cm
base maggiore = $(20,0 \pm 0,1)$ cm
altezza = $(15,0 \pm 0,1)$ cm.

Risoluzione

Dati

$a = 12,0$ cm
$\Delta a = 0,1$ cm
$b = 20,0$ cm
$\Delta b = 0,1$ cm
$h = 15,0$ cm
$\Delta h = 0,1$ cm

Incognite

$A \cong (240 \pm 3)$ cm²

Costanti e variabili

a, b, h = basi minore, maggiore ed altezza del trapezio
A = area del trapezio
S = somma delle basi
Δa, Δb, Δh, ΔA = incertezze assolute sui lati e sull'area del trapezio
ΔS = incertezza assoluta sulla somma delle basi
E_a, E_b, E_h, E_A = incertezze relative % sui lati e sull'area del trapezio
E_S = incertezza relativa % sulla somma delle basi

$A = (a + b) \cdot h / 2 = (12,0 \text{ cm} + 20,0 \text{ cm}) \cdot 15,0 \text{ cm} / 2 = 240 \text{ cm}^2$
$S = (a + b) = 12,0 \text{ cm} + 20,0 \text{ cm} = 32,0 \text{ cm}$
$\Delta S = \Delta a + \Delta b = 0,1 \text{ cm} + 0,1 \text{ cm} = 0,2 \text{ cm}$
$E_S = 100 \cdot \Delta S / S = 100 \cdot 0,2 \text{ cm} / 32,0 \text{ cm} \cong 0,62\%$
$E_h = 100 \cdot \Delta h / h = 100 \cdot 0,1 \text{ cm} / 15,0 \text{ cm} \cong 0,67\%$
$E_A = E_S + E_h = 0,62\% + 0,67\% \cong 1,3\%$
$\Delta A = E_A \cdot A / 100 = 1,3\% \cdot 240 \text{ cm}^2 / 100 \cong 3 \text{ cm}^2$

Problema 1.6

L'area della superficie di una piastrella quadrata è $(400 \pm 8)\ cm^2$; quanto è lungo il lato della piastrella?

Risoluzione

Dati	Incognite	Costanti e variabili
$A = 400\ cm^2$ $\Delta A = 8\ cm^2$	$l = (20,0 \pm 0,2)\ cm$	A = area della mattonella l = lato della mattonella ΔA, Δl = incertezze sull'area e sul lato E_A, E_l = Errori relativi % sull'area e sul lato

$A = l^2 = l \cdot l$

$E_A = 100 \cdot \Delta A / A = 100 \cdot 8\ cm^2 / 400\ cm^2 = 2\%$

$E_A = E_l + E_l = 2 \cdot E_l$

$l = \sqrt{A} = \sqrt{(400\ cm^2)} = 20\ cm$

$E_l = E_A / 2 = 2\% / 2 = 1\%$

$\Delta l = E_l \cdot l / 100 = 1\% \cdot 20\ cm / 100 = 0,2\ cm$

Problema 1.7

Determinate perimetro e area di un rettangolo di lati rispettivamente di 24 cm e 36 cm, calcolati entrambi con l'incertezza del 2%.

Risoluzione

Dati	Incognite	Costanti e variabili
$a = 24\ cm$ $b = 36\ cm$ $E_a = E_b = 2\%$	$p = (120,0 \pm 2,4)\ cm$ $A \cong (864 \pm 35)\ cm^2$	a, b = lati del rettangolo p = perimetro A = area Δa, Δb, Δp, ΔA = incertezze assolute sui lati, sul perimetro e sull'area del rettangolo E_a, E_b, E_p, E_A = incertezze relative %

$p = 2 \cdot (a + b) = 2 \cdot (24 + 36)\ cm = 120\ cm$

$A = a \cdot b = 24\ cm \cdot 36\ cm = 864\ cm^2$

$\Delta a = E_a \cdot a / 100 = 2\% \cdot 24\ cm / 100 = 0,48\ cm$

$\Delta b = E_b \cdot b / 100 = 2\% \cdot 36\ cm / 100 = 0,72\ cm$

$\Delta p = 2 \cdot (\Delta a + \Delta b) = 2 \cdot (0,48 + 0,72)\ cm = 2,4\ cm$

$E_A = E_a + E_b = 2\% + 2\% = 4\%$

$\Delta A = E_A \cdot A / 100 = 4\% \cdot 864\ cm^2 / 100 \cong 35\ cm^2$

Problema 1.8

Dopo aver misurato 4 volte la capacità di un barattolo si sono trovati i seguenti risultati:
$V_1 = 850\ cm^3$; $V_2 = 848\ cm^3$; $V_3 = 851\ cm^3$; $V_4 = 852\ cm^3$.
Come indicheresti la misura, tenendo conto anche dell'incertezza? Qual è l'errore percentuale?

Dati

$V_1 = 850\ cm^3$
$V_2 = 848\ cm^3$
$V_3 = 851\ cm^3$
$V_4 = 852\ cm^3$
$N = 4$

Incognite

$V \cong (850 \pm 2)\ cm^3$
$E_V \cong 0{,}24\%$

Risoluzione

Costanti e variabili

$V_1, \ldots, V_4$ = valori misurati del volume del barattolo
N = numero delle misure eseguite
V_m = valore medio del volume
V_{max}; V_{min} = valori massimo e minimo della serie di misure
ΔV = incertezza assoluta sul volume medio
E_V = incertezza relativa % sul volume medio

$V_m = (\Sigma V_k) / N = (850 + 848 + 851 + 852)\ cm^3 / 4 = 850{,}25\ cm^3 \cong 850\ cm^3$
$\Delta V = (V_{max} – V_{min}) / 2 = (852 – 848)\ cm^3 / 2 = 2\ cm^3$ (semidispersione)
$E_V = 100 \cdot \Delta V / V = 100 \cdot 2\ cm^3 / 850\ cm^3 \cong 0{,}24\%$

Problema 1.9

Un serbatoio cilindrico è lungo $(8{,}00 \pm 0{,}05)$ m ed ha il diametro di $(3{,}60 \pm 0{,}05)$ m.
Calcolate la capacità del serbatoio e l'incertezza percentuale della capacità.

Risoluzione

Dati

$l = 8{,}00$ m
$\Delta l = 0{,}05$ m
$d = 3{,}60$ m
$\Delta d = 0{,}05$ m

Incognite

$V = (81 \pm 3)\ m^3$
$E_V = 3{,}4\%$

Costanti e variabili

l, R, d, S, V = lunghezza, raggio, diametro, superficie di base e volume del serbatoio
Δl, Δd, ΔV = incertezze assolute
E_l, E_d, E_S, E_V = incertezze relative %

$S = \pi \cdot R^2 = \pi \cdot d^2 / 4 = \pi \cdot d \cdot d / 4 = 3{,}14 \cdot (3{,}60\ m)^2 / 4 \cong 10{,}17\ m^2$
$V = S \cdot l = 10{,}17\ m^2 \cdot 8{,}00\ m \cong 81\ m^3$
$E_l = 100 \cdot \Delta l / l = 100 \cdot 0{,}05\ m / 8{,}00\ m = 0{,}625\%$
$E_d = 100 \cdot \Delta d / d = 100 \cdot 0{,}05\ m / 3{,}60\ m \cong 1{,}39\%$
$E_S = E_d + E_d = 2 \cdot E_d = 2 \cdot 1{,}39\% \cong 2{,}78\%$
$E_V = E_S + E_l = 2{,}78\% + 0{,}625\% \cong 3{,}4\%$
$\Delta V = E_V \cdot V / 100 = 3{,}4\% \cdot 81\ m^3 / 100 = 2{,}75\ m^3 \cong 3\ m^3$